Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0000**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 3$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	**F**
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	**F**
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 4$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^4} + t^6\right) dt$

2A	F è dispari	**V**	F
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	**V**	F
2C	l'equazione $F'(x) = 4$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	**V**	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	**F**
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	**V**	F
4B	non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	**F**
4C	$\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{\log x} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{2x^2}{x-2}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_6^{10} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 25y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(6t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0001**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 3$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	**F**
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 2$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^2} + t^4\right) dt$

2A	F è dispari	**V**	F
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	**V**	F
2C	l'equazione $F'(x) = 2$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	**F**

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	**F**
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	**F**
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	**V**	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{\arcsin(x-1)} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{2x^2}{x-4}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_7^{12} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 25y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(7t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0002**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 5$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	**F**
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	**F**
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 3$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^6} + t^8\right) dt$

2A	F è pari	V	**F**
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	**V**	F
2C	l'equazione $F'(x) = 4$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	**V**	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	**F**
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	**F**
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	**V**	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{\arctan(x - 1)} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{4x^2}{x-4}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_8^{12} f(x)\, dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 9y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(7t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0003**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow-\infty} F(x) = 4$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	F
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	F
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 4$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	V	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^4} + t^4\right) dt$

2A	F è pari	V	F
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	F
2C	l'equazione $F'(x) = 2$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	V	F
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$	V	F
3B	$f(x) + x - \frac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \frac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$	V	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	F
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow 1} \frac{f(x)}{e^{x-1} - 1} = \sin(1)$	V	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \frac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$	V	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{2x^2}{x-4}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_9^{11} f(x)\, dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 9y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(5t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0004**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 2$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	F
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	F
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 1$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	V	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^2} + t^2\right) dt$

2A	F è dispari	V	F
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	F
2C	l'equazione $F'(x) = 5$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	V	F
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	V	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	F
3B	$f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	V	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	F
4B	non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{\log x} = \sin(1)$	V	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\dfrac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$	V	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{2x^2}{x-3}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_7^{12} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 25y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(6t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0005**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 2$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	F
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	F
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 3$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	V	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^6} + t^8\right) dt$

2A	F è pari	V	F
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	V	F
2C	l'equazione $F'(x) = 3$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$	V	F
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$	V	F
3B	$f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	V	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	F
4B	non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{e^{x-1} - 1} = \sin(1)$	V	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\dfrac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	V	F

5. Data la funzione
$$f(x) = \log\left(\frac{5x^2}{x-1}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale
$$\int_7^{10} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale
$$y'' + 9y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(7t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:
$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0006**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow-\infty} F(x) = 5$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	**F**
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 3$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^6} + t^6\right) dt$

2A	F è dispari	**V**	F
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	**F**
2C	l'equazione $F'(x) = 5$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	**V**	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	**F**
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	**V**	F
4B	non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	**F**
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{e^{x-1} - 1} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\dfrac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

5. Data la funzione
$$f(x) = \log\left(\frac{5x^2}{x-1}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale
$$\int_6^{10} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale
$$y'' + 4y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(3t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:
$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0007**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow-\infty} F(x) = 2$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	F
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	F
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 2$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	V	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^2} + t^2\right) dt$

2A	F è pari	V	F
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	V	F
2C	l'equazione $F'(x) = 4$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$	V	F
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x))$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	F
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	V	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	F
4B	non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{\arcsin(x - 1)} = \sin(1)$	V	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$	V	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{3x^2}{x-4}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_7^{12} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 25y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(7t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0008**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 2$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	F
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	F
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 1$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	V	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^2} + t^2\right) dt$

2A	F è pari	V	F
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	V	F
2C	l'equazione $F'(x) = 5$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$	V	F
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$	V	F
3B	$f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	V	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	F
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{\arcsin(x - 1)} = \sin(1)$	V	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	V	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{5x^2}{x-1}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_8^{12} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 25y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(3t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0009**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 2$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	**F**
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	**F**
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 4$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^6} + t^2\right) dt$

2A	F è dispari	**V**	F
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	**F**
2C	l'equazione $F'(x) = 3$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	**V**	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	**F**
4B	non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	**F**
4C	$\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{e^{x-1} - 1} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

5. Data la funzione
$$f(x) = \log\left(\frac{3x^2}{x-4}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale
$$\int_8^{13} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale
$$y'' + 16y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(5t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:
$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0010**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 2$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	F
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	F
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 2$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	V	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^8} + t^8\right) dt$

2A	F è dispari	V	F
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	F
2C	l'equazione $F'(x) = 2$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$	V	F
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	V	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$	V	F
3B	$f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	V	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	F
4B	non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{e^{x-1} - 1} = \sin(1)$	V	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\dfrac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$	V	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{5x^2}{x-4}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_9^{12} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 16y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(5t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0011**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 4$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	**F**
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	**F**
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 2$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^2} + t^2\right) dt$

2A	F è pari	V	**F**
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	**F**
2C	l'equazione $F'(x) = 2$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	**V**	F
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	**V**	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	**F**
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	**F**
4B	non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	**F**
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{\log x} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

5. Data la funzione
$$f(x) = \log\left(\frac{4x^2}{x-3}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale
$$\int_7^{12} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale
$$y'' + 25y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(7t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:
$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0012**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow-\infty} F(x) = 3$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	F
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	F
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 3$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	V	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^2} + t^4\right) dt$

2A	F è pari	V	F
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	V	F
2C	l'equazione $F'(x) = 5$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	V	F
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	V	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$	V	F
3B	$f(x) + x - \frac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \frac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$	V	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	F
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow 1} \frac{f(x)}{e^{x-1} - 1} = \sin(1)$	V	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \frac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$	V	F

5. Data la funzione
$$f(x) = \log\left(\frac{3x^2}{x-1}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale
$$\int_6^{10} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale
$$y'' + 25y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(6t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:
$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0013**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow -\infty} F(x) = 2$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow +\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow +\infty} F''(x) = 4$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^2} + t^4\right) dt$

2A	F è dispari	**V**	F
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	**F**
2C	l'equazione $F'(x) = 5$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	**F**

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	**F**
4B	non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	**F**
4C	$\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{\arctan(x-1)} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{4x^2}{x-3}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_6^{13} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 4y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(3t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0014**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 2$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	F
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	F
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 4$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	V	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^6} + t^4\right) dt$

2A	F è dispari	V	F
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	V	F
2C	l'equazione $F'(x) = 3$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$	V	F
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$	V	F
3B	$f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$	V	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	F
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{e^{x-1} - 1} = \sin(1)$	V	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$	V	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{5x^2}{x-2}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_9^{11} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 16y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(5t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0015**

Matricola

Cognome

Nome

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 3$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	**F**
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	**F**
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 3$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^2} + t^8\right) dt$

2A	F è dispari	**V**	F
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	**V**	F
2C	l'equazione $F'(x) = 2$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	**V**	F
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	**V**	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	**F**
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	**V**	F
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	**V**	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{\log x} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\dfrac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{2x^2}{x-2}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_8^{12} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 9y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(7t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0016**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow-\infty} F(x) = 3$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 1$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^4} + t^2\right) dt$

2A	F è pari	V	**F**
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	**V**	F
2C	l'equazione $F'(x) = 3$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	**V**	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	**F**
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	**V**	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{\arcsin(x - 1)} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{2x^2}{x-2}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_8^{12} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 4y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(3t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0017**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 5$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	**F**
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	**F**
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 2$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^2} + t^4\right) dt$

2A	F è pari	V	**F**
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	**V**	F
2C	l'equazione $F'(x) = 2$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	**V**	F
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	**F**

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	**F**
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	**V**	F
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	**V**	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{\arctan(x-1)} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

5. Data la funzione
$$f(x) = \log\left(\frac{3x^2}{x-3}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale
$$\int_7^{12} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale
$$y'' + 16y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(5t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:
$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0018**

Matricola

Cognome

Nome

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow-\infty} F(x) = 2$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 4$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^8} + t^4\right) dt$

2A	F è dispari	**V**	F
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	**F**
2C	l'equazione $F'(x) = 3$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	**V**	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	**F**
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	**V**	F
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	**V**	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{\log x} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\dfrac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{5x^2}{x-3}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_9^{13} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 9y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(5t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola
Cognome
Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0019**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 3$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	F
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	F
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 4$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	V	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^2} + t^6\right) dt$

2A	F è dispari	V	F
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	V	F
2C	l'equazione $F'(x) = 3$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	V	F
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	V	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$	V	F
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	V	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	F
4B	non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{\arctan(x - 1)} = \sin(1)$	V	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$	V	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{2x^2}{x-1}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_9^{12} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 16y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(5t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0020**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 4$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	**F**
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 4$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^2} + t^2\right) dt$

2A	F è dispari	**V**	F
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	**V**	F
2C	l'equazione $F'(x) = 2$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	**F**

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	**F**
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	**V**	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{\arcsin(x-1)} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{2x^2}{x-2}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_8^{11} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 25y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(3t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0021**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow-\infty} F(x) = 5$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 1$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^6} + t^2\right) dt$

2A	F è dispari	**V**	F
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	**V**	F
2C	l'equazione $F'(x) = 5$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	**F**

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	**F**
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	**F**
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	**V**	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{\arctan(x-1)} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{2x^2}{x-2}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_7^{13} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 16y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(6t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0022**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 5$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	**F**
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	**F**
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 4$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^2} + t^6\right) dt$

2A	F è pari	V	**F**
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	**V**	F
2C	l'equazione $F'(x) = 4$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	**V**	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	**V**	F
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	**V**	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{e^{x-1} - 1} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\dfrac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{3x^2}{x-4}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_9^{13} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 16y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(5t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0023**

Matricola

Cognome

Nome

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 4$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	**F**
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	**F**
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 1$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^8} + t^2\right) dt$

2A	F è pari	V	**F**
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	**F**
2C	l'equazione $F'(x) = 5$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	**V**	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	**F**
4B	non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	**F**
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{\arctan(x - 1)} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{5x^2}{x-4}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_7^{10} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 16y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(7t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0024**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 2$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	**F**
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 3$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^2} + t^8\right) dt$

2A	F è dispari	**V**	F
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	**F**
2C	l'equazione $F'(x) = 4$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	**F**

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	**F**
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	**F**
4B	non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	**F**
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{e^{x-1} - 1} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{3x^2}{x-1}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_7^{11} f(x)\, dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 16y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(7t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0025**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 3$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ — V **F**

1B $F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ — V **F**

1C se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$ — V **F**

1D se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 3$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$ — **V** F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^4} + t^2\right) dt$

2A F è dispari — **V** F

2B F è derivabile in $\mathbb{R}$ — **V** F

2C l'equazione $F'(x) = 2$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$ — **V** F

2D la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$ — **V** F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$ — V **F**

3B $f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$ — V **F**

3C $f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$ — **V** F

3D $\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$ — V **F**

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$ — V **F**

4B non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$ — V **F**

4C $\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{\log x} = \sin(1)$ — **V** F

4D $\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$ — **V** F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{3x^2}{x-3}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_8^{13} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 4y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(7t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0026**

Matricola

Cognome

Nome

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow-\infty} F(x) = 4$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	F
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	F
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 4$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	V	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	F
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$	V	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^2} + t^8\right) dt$

2A	F è dispari	V	F
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	F
2C	l'equazione $F'(x) = 2$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	V	F
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	V	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	F
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{\arctan(x - 1)} = \sin(1)$	V	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	V	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{4x^2}{x-4}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_8^{12} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 16y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(3t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0027**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow-\infty} F(x) = 5$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	**F**
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 1$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^4} + t^4\right) dt$

2A	F è dispari	**V**	F
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	**V**	F
2C	l'equazione $F'(x) = 2$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	**V**	F
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	**V**	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	**V**	F
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	**V**	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{\arctan(x-1)} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{3x^2}{x-4}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_9^{11} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 4y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(5t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0028**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 3$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	F
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	F
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 1$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	V	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^4} + t^4\right) dt$

2A	F è dispari	V	F
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	V	F
2C	l'equazione $F'(x) = 3$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$	V	F
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	V	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$	V	F
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	V	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	F
4B	non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{\arctan(x-1)} = \sin(1)$	V	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	V	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{3x^2}{x-2}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_8^{13} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 16y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(5t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0029**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 2$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	**F**
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	**F**
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 4$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^4} + t^6\right) dt$

2A	F è dispari	**V**	F
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	**F**
2C	l'equazione $F'(x) = 5$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	**V**	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	**F**
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	**V**	F
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	**V**	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{e^{x-1} - 1} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\dfrac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{5x^2}{x-4}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_6^{10} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 9y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(5t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0030**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

		V	F
1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 3$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	**F**
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 4$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^2} + t^4\right) dt$

		V	F
2A	F è dispari	**V**	F
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	**V**	F
2C	l'equazione $F'(x) = 4$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	**V**	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

		V	F
3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	**F**
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

		V	F
4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	**F**
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	**V**	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{e^{x-1} - 1} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\dfrac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{5x^2}{x-2}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_6^{10} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 9y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(7t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0031**

Matricola

Cognome

Nome

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 4$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	**F**
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	**F**
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 1$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^4} + t^2\right) dt$

2A	F è dispari	**V**	F
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	**F**
2C	l'equazione $F'(x) = 4$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	**V**	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	**F**
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	**V**	F
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	**V**	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{\log x} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{3x^2}{x-2}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_6^{12} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 4y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(3t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0032**

Matricola

Cognome

Nome

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 3$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	**F**
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 4$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^6} + t^8\right) dt$

2A	F è dispari	**V**	F
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	**V**	F
2C	l'equazione $F'(x) = 5$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	**V**	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	**F**
4B	non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	**F**
4C	$\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{e^{x-1} - 1} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\dfrac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{3x^2}{x-2}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_7^{12} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 16y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(6t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0033**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow-\infty} F(x) = 5$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	**F**
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 1$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^6} + t^6\right) dt$

2A	F è pari	V	**F**
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	**F**
2C	l'equazione $F'(x) = 5$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	**F**

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	**F**
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	**V**	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{\arcsin(x-1)} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{5x^2}{x-4}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_9^{12} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 9y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(6t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0034**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 5$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	F
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	F
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 3$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	V	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^2} + t^2\right) dt$

2A	F è pari	V	F
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	F
2C	l'equazione $F'(x) = 2$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$	V	F
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	F
3B	$f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	V	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	F
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{\arctan(x-1)} = \sin(1)$	V	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\dfrac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	V	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{3x^2}{x-4}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_6^{12} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 25y = f(t) \qquad\qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(5t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0035**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\to+\infty} F(x) = 5$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	**F**
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1C	se $\lim_{x\to+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\to+\infty} F''(x) = 4$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^8} + t^4\right) dt$

2A	F è pari	V	**F**
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	**F**
2C	l'equazione $F'(x) = 5$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	**V**	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\to 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	**V**	F
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	**V**	F
4C	$\lim_{x\to 1} \dfrac{f(x)}{\log x} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\to 0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{3x^2}{x-1}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_6^{13} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 16y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(5t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0036**

Matricola

Cognome

Nome

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 4$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	**F**
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	**F**
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 1$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^6} + t^8\right) dt$

2A	F è pari	V	**F**
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	**V**	F
2C	l'equazione $F'(x) = 2$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	**V**	F
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	**F**

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	**V**	F
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	**V**	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{e^{x-1} - 1} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{2x^2}{x-1}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_7^{12} f(x)\, dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 4y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(7t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0037**

Matricola

Cognome

Nome

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow-\infty} F(x) = 3$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 1$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^2} + t^2\right) dt$

2A	F è dispari	**V**	F
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	**F**
2C	l'equazione $F'(x) = 3$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	**F**

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	**V**	F
4B	non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	**F**
4C	$\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{\log x} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\dfrac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{4x^2}{x-2}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_7^{12} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 16y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(7t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0038**

Matricola

Cognome

Nome

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow-\infty} F(x) = 3$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 2$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^2} + t^6\right) dt$

2A	F è dispari	**V**	F
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	**F**
2C	l'equazione $F'(x) = 4$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	**V**	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	**V**	F
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	**V**	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{\arctan(x - 1)} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{2x^2}{x-3}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_9^{12} f(x)\, dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 9y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(7t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0039**

Matricola

Cognome

Nome

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow-\infty} F(x) = 2$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 1$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^4} + t^6\right) dt$

2A	F è dispari	**V**	F
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	**V**	F
2C	l'equazione $F'(x) = 5$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	**V**	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	**V**	F
4B	non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	**F**
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{\arctan(x - 1)} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{3x^2}{x-1}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_8^{11} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 25y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(6t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0040**

Matricola

Cognome

Nome

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow -\infty} F(x) = 4$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	F
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow +\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	F
1D	se $\lim_{x\longrightarrow +\infty} F''(x) = 2$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	V	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^8} + t^2\right) dt$

2A	F è pari	V	F
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	F
2C	l'equazione $F'(x) = 4$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$	V	F
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$	V	F
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$	V	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	F
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{\log x} = \sin(1)$	V	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	V	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{5x^2}{x-2}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_8^{12} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 16y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(6t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0041**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 4$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	**F**
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 4$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^4} + t^4\right) dt$

2A	F è pari	V	**F**
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	**F**
2C	l'equazione $F'(x) = 5$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	**V**	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	**V**	F
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	**V**	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{\arcsin(x-1)} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\dfrac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

5. Data la funzione
$$f(x) = \log\left(\frac{3x^2}{x-3}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale
$$\int_7^{12} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale
$$y'' + 4y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(3t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:
$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0042**

Matricola

Cognome

Nome

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow-\infty} F(x) = 5$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 1$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^2} + t^4\right) dt$

2A	F è dispari	**V**	F
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	**V**	F
2C	l'equazione $F'(x) = 5$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	**V**	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	**F**
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	**V**	F
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	**V**	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{\log x} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\dfrac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{3x^2}{x-2}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_7^{12} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 9y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(5t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0043**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 2$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ — V **F**

1B $F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ — **V** F

1C se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$ — V **F**

1D se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 3$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$ — **V** F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^4} + t^4\right) dt$

2A F è dispari — **V** F

2B F non è derivabile in $\mathbb{R}$ — V **F**

2C l'equazione $F'(x) = 2$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$ — V **F**

2D la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$ — V **F**

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$ — V **F**

3B $f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$ — **V** F

3C $f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$ — **V** F

3D $\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$ — **V** F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$ — V **F**

4B esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$ — **V** F

4C $\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{\log x} = \sin(1)$ — **V** F

4D $\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\dfrac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$ — V **F**

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{4x^2}{x-3}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_8^{10} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 16y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(7t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0044**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 5$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	**F**
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 4$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^6} + t^4\right) dt$

2A	F è dispari	**V**	F
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	**F**
2C	l'equazione $F'(x) = 2$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	**V**	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	**V**	F
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	**V**	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{\arcsin(x - 1)} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{3x^2}{x-1}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_6^{11} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 4y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(5t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0045**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 3$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	**F**
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	**F**
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 3$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^6} + t^6\right) dt$

2A	F è pari	V	**F**
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	**V**	F
2C	l'equazione $F'(x) = 2$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	**V**	F
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	**F**

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x-1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	**V**	F
4B	non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	**F**
4C	$\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{e^{x-1} - 1} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{5x^2}{x-1}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_6^{11} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 16y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(3t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0046**

Matricola

Cognome

Nome

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow -\infty} F(x) = 4$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	F
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow +\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	F
1D	se $\lim_{x\longrightarrow +\infty} F''(x) = 2$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	V	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^2} + t^8\right) dt$

2A	F è dispari	V	F
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	V	F
2C	l'equazione $F'(x) = 3$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	V	F
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	V	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	F
3B	$f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	V	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	F
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{\arctan(x-1)} = \sin(1)$	V	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	V	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{5x^2}{x-2}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_7^{10} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 16y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(3t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0047**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow-\infty} F(x) = 5$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	**F**
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 2$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^4} + t^2\right) dt$

2A	F è dispari	**V**	F
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	**F**
2C	l'equazione $F'(x) = 3$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	**V**	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	**F**
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	**F**
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	**V**	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{\log x} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\dfrac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{3x^2}{x-3}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_7^{13} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 4y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(5t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0048**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow-\infty} F(x) = 5$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	F
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	F
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 3$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	V	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^6} + t^2\right) dt$

2A	F è dispari	V	F
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	F
2C	l'equazione $F'(x) = 5$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$	V	F
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	V	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$	V	F
3B	$f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	V	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	F
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{e^{x-1} - 1} = \sin(1)$	V	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	V	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{3x^2}{x-2}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_6^{13} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 9y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(7t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0049**

Matricola

Cognome

Nome

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 5$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	**F**
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 4$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^8} + t^2\right) dt$

2A	F è pari	V	**F**
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	**F**
2C	l'equazione $F'(x) = 2$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	**V**	F
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	**V**	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	**V**	F
4B	non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	**F**
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{\arctan(x - 1)} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\dfrac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{5x^2}{x-1}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_8^{10} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 16y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(3t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0050**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 5$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	F
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	F
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 4$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	V	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^4} + t^2\right) dt$

2A	F è dispari	V	F
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	V	F
2C	l'equazione $F'(x) = 3$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$	V	F
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	F
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	V	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	F
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{\log x} = \sin(1)$	V	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\dfrac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$	V	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{5x^2}{x-2}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_9^{10} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 25y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(3t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0051**

Matricola

Cognome

Nome

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow-\infty} F(x) = 3$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	F
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	F
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 1$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	V	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^6} + t^8\right) dt$

2A	F è dispari	V	F
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	V	F
2C	l'equazione $F'(x) = 4$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	V	F
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	F
3B	$f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$	V	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	F
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{\arcsin(x - 1)} = \sin(1)$	V	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	V	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{5x^2}{x-3}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_6^{13} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 25y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(3t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0052**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A se $\lim_{x\longrightarrow-\infty} F(x) = 3$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ — **V** F

1B $F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ — **V** F

1C se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$ — V **F**

1D se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 2$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$ — **V** F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^2} + t^2\right) dt$

2A F è pari — V **F**

2B F è derivabile in $\mathbb{R}$ — **V** F

2C l'equazione $F'(x) = 3$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$ — V **F**

2D la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$ — V **F**

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$ — V **F**

3B $f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$ — V **F**

3C $f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$ — **V** F

3D $\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$ — V **F**

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$ — V **F**

4B esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$ — **V** F

4C $\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{\log x} = \sin(1)$ — **V** F

4D $\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\dfrac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$ — V **F**

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{5x^2}{x-1}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_6^{11} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 25y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(5t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0053**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 2$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ — V **F**

1B $F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ — **V** F

1C se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$ — V **F**

1D se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 4$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$ — **V** F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^2} + t^2\right) dt$

2A F è dispari — **V** F

2B F non è derivabile in $\mathbb{R}$ — V **F**

2C l'equazione $F'(x) = 4$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$ — V **F**

2D la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$ — **V** F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$ — V **F**

3B $f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$ — V **F**

3C $f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$ — **V** F

3D $\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$ — **V** F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$ — **V** F

4B esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$ — **V** F

4C $\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{e^{x-1} - 1} = \sin(1)$ — **V** F

4D $\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\dfrac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$ — **V** F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{3x^2}{x-3}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_6^{11} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 25y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(3t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0054**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow-\infty} F(x) = 3$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	**F**
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 2$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^8} + t^2\right) dt$

2A	F è dispari	**V**	F
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	**V**	F
2C	l'equazione $F'(x) = 2$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	**V**	F
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	**V**	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	**V**	F
4B	non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	**F**
4C	$\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{\log x} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{4x^2}{x-3}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_7^{13} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 16y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(5t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0055**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 5$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	**F**
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 2$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^2} + t^2\right) dt$

2A	F è dispari	**V**	F
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	**F**
2C	l'equazione $F'(x) = 5$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	**V**	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	**V**	F
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	**V**	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{e^{x-1} - 1} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{2x^2}{x-1}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_6^{11} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 4y = f(t) \qquad\qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(7t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0056**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 4$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	F
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	F
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 1$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	V	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^6} + t^8\right) dt$

2A	F è pari	V	F
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	V	F
2C	l'equazione $F'(x) = 3$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	V	F
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x))$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	F
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$	V	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	F
4B	non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{\log x} = \sin(1)$	V	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	V	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{5x^2}{x-2}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_7^{11} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 16y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(7t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0057**

Matricola

Cognome

Nome

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 5$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ — V **F**

1B $F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ — V **F**

1C se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$ — V **F**

1D se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 4$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$ — **V** F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^6} + t^2\right) dt$

2A F è pari — V **F**

2B F non è derivabile in $\mathbb{R}$ — V **F**

2C l'equazione $F'(x) = 2$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$ — V **F**

2D la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$ — V **F**

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$ — V **F**

3B $f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$ — V **F**

3C $f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$ — **V** F

3D $\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$ — V **F**

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$ — **V** F

4B esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$ — **V** F

4C $\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{\log x} = \sin(1)$ — **V** F

4D $\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$ — **V** F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{3x^2}{x-3}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_7^{11} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 16y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(5t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0058**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 3$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ — V **F**

1B $F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ — **V** F

1C se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$ — V **F**

1D se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 3$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$ — **V** F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^8} + t^6\right) dt$

2A F è dispari — **V** F

2B F è derivabile in $\mathbb{R}$ — **V** F

2C l'equazione $F'(x) = 5$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$ — V **F**

2D la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$ — **V** F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$ — V **F**

3B $f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$ — **V** F

3C $f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$ — **V** F

3D $\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$ — V **F**

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$ — **V** F

4B non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$ — V **F**

4C $\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{\arcsin(x - 1)} = \sin(1)$ — **V** F

4D $\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$ — **V** F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{5x^2}{x-1}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_6^{10} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 4y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(6t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0059**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow-\infty} F(x) = 4$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	F
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	F
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 4$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	V	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^8} + t^8\right) dt$

2A	F è pari	V	F
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	F
2C	l'equazione $F'(x) = 3$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	V	F
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	V	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$	V	F
3B	$f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	V	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	F
4B	non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{e^{x-1} - 1} = \sin(1)$	V	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\dfrac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$	V	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{3x^2}{x-1}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_7^{11} f(x)\, dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 16y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(6t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0060**

Matricola

Cognome

Nome

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 2$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	**F**
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 4$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^4} + t^8\right) dt$

2A	F è dispari	**V**	F
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	**V**	F
2C	l'equazione $F'(x) = 2$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	**V**	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	**F**
4B	non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	**F**
4C	$\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{\log x} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\dfrac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{3x^2}{x-3}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_9^{10} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 25y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(6t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0061**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 5$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	F
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	F
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 1$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	V	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^6} + t^8\right) dt$

2A	F è dispari	V	F
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	F
2C	l'equazione $F'(x) = 3$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$	V	F
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	F
3B	$f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	V	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	F
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{\log x} = \sin(1)$	V	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\dfrac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	V	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{5x^2}{x-4}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_6^{10} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 9y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(6t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0062**

Matricola

Cognome

Nome

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A se $\lim_{x\longrightarrow-\infty} F(x) = 5$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ — **V** F

1B $F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ — **V** F

1C se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$ — V **F**

1D se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 2$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$ — **V** F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^2} + t^8\right) dt$

2A F è pari — V **F**

2B F non è derivabile in $\mathbb{R}$ — V **F**

2C l'equazione $F'(x) = 5$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$ — V **F**

2D la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$ — V **F**

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$ — V **F**

3B $f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$ — V **F**

3C $f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$ — **V** F

3D $\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$ — V **F**

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$ — V **F**

4B non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$ — V **F**

4C $\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{\arcsin(x-1)} = \sin(1)$ — **V** F

4D $\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$ — **V** F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{4x^2}{x-4}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_6^{10} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 4y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(7t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0063**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\to+\infty} F(x) = 2$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	**F**
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1C	se $\lim_{x\to+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\to+\infty} F''(x) = 3$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^2} + t^4\right) dt$

2A	F è pari	V	**F**
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	**F**
2C	l'equazione $F'(x) = 3$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	**F**

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\to 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	**F**
4B	non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	**F**
4C	$\lim_{x\to 1} \dfrac{f(x)}{\log x} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\to 0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{2x^2}{x-4}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_7^{10} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 25y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(5t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0064**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 2$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	**F**
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 4$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^6} + t^8\right) dt$

2A	F è pari	V	**F**
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	**F**
2C	l'equazione $F'(x) = 2$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	**V**	F
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	**V**	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	**F**
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	**F**
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	**V**	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{e^{x-1} - 1} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{5x^2}{x-4}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_8^{11} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 16y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(6t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0065**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 2$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	**F**
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 2$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^2} + t^8\right) dt$

2A	F è dispari	**V**	F
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	**F**
2C	l'equazione $F'(x) = 4$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	**V**	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	**V**	F
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	**V**	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{\log x} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{3x^2}{x-4}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_9^{11} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 16y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(7t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0066**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow-\infty} F(x) = 2$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	**F**
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 4$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^2} + t^4\right) dt$

2A	F è pari	V	**F**
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	**V**	F
2C	l'equazione $F'(x) = 4$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	**V**	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	**F**
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	**F**
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	**V**	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{\log x} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

5. Data la funzione
$$f(x) = \log\left(\frac{2x^2}{x-1}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale
$$\int_9^{11} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale
$$y'' + 9y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(7t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:
$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0067**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow-\infty} F(x) = 4$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 3$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^8} + t^6\right) dt$

2A	F è dispari	**V**	F
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	**F**
2C	l'equazione $F'(x) = 2$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	**V**	F
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	**V**	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	**V**	F
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	**V**	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{e^{x-1} - 1} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{2x^2}{x-1}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_8^{10} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 9y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(3t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0068**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\to-\infty} F(x) = 3$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	**F**
1C	se $\lim_{x\to+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\to+\infty} F''(x) = 2$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^8} + t^2\right) dt$

2A	F è pari	V	**F**
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	**F**
2C	l'equazione $F'(x) = 5$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	**V**	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\to0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	**V**	F
4B	non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	**F**
4C	$\lim_{x\to1} \dfrac{f(x)}{e^{x-1} - 1} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\to0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{3x^2}{x-2}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_7^{12} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 9y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(6t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0069**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow-\infty} F(x) = 2$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	**F**
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 3$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^4} + t^4\right) dt$

2A	F è pari	V	**F**
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	**V**	F
2C	l'equazione $F'(x) = 3$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	**V**	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	**F**
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x-1)$

4A	non esiste $\xi \in [0,1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	**F**
4B	non esiste $\xi \in [1,2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	**F**
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{\arctan(x-1)} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{2x^2}{x-4}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_9^{10} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 4y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(7t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0070**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow-\infty} F(x) = 4$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	F
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	F
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 2$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	V	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^8} + t^8\right) dt$

2A	F è dispari	V	F
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	F
2C	l'equazione $F'(x) = 2$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	V	F
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x))$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	F
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$	V	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	F
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{\log x} = \sin(1)$	V	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	V	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{4x^2}{x-1}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_6^{11} f(x)\, dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 9y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(6t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0071**

Matricola

Cognome

Nome

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A se $\lim_{x\longrightarrow-\infty} F(x) = 4$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ — **V** F

1B $F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ — V **F**

1C se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$ — V **F**

1D se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 3$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$ — **V** F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^6} + t^8\right) dt$

2A F è pari — V **F**

2B F non è derivabile in $\mathbb{R}$ — V **F**

2C l'equazione $F'(x) = 5$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$ — V **F**

2D la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$ — V **F**

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$ — V **F**

3B $f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$ — **V** F

3C $f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$ — **V** F

3D $\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$ — **V** F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$ — **V** F

4B esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$ — **V** F

4C $\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{e^{x-1} - 1} = \sin(1)$ — **V** F

4D $\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\dfrac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$ — **V** F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{3x^2}{x-4}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_8^{12} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 16y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(5t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0072**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 3$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	**F**
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	**F**
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 1$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^2} + t^8\right) dt$

2A	F è dispari	**V**	F
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	**F**
2C	l'equazione $F'(x) = 5$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	**V**	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	**F**
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	**F**
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	**V**	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{\log x} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{2x^2}{x-1}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_8^{13} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 4y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(6t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0073**

Matricola

Cognome

Nome

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A se $\lim_{x\longrightarrow -\infty} F(x) = 4$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ — **V** F

1B $F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ — V **F**

1C se $\lim_{x\longrightarrow +\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$ — V **F**

1D se $\lim_{x\longrightarrow +\infty} F''(x) = 2$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$ — **V** F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^6} + t^4\right) dt$

2A F è pari — V **F**

2B F è derivabile in $\mathbb{R}$ — **V** F

2C l'equazione $F'(x) = 5$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$ — V **F**

2D la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$ — **V** F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x))$.

3A il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$ — V **F**

3B $f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$ — V **F**

3C $f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$ — **V** F

3D $\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$ — V **F**

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$ — V **F**

4B non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$ — V **F**

4C $\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{\arctan(x - 1)} = \sin(1)$ — **V** F

4D $\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\dfrac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$ — **V** F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{5x^2}{x-2}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_8^{10} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 9y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(5t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0074**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 3$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	**F**
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 1$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^4} + t^6\right) dt$

2A	F è pari	V	**F**
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	**V**	F
2C	l'equazione $F'(x) = 5$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	**F**

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	**F**
4B	non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	**F**
4C	$\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{\arctan(x - 1)} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{4x^2}{x-2}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_7^{10} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 9y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(6t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0075**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 2$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ — V **[F]**

1B $F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ — **[V]** F

1C se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$ — V **[F]**

1D se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 2$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$ — **[V]** F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^2} + t^2\right) dt$

2A F è dispari — **[V]** F

2B F non è derivabile in $\mathbb{R}$ — V **[F]**

2C l'equazione $F'(x) = 3$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$ — V **[F]**

2D la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$ — **[V]** F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$ — V **[F]**

3B $f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$ — V **[F]**

3C $f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$ — **[V]** F

3D $\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$ — **[V]** F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$ — V **[F]**

4B esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$ — **[V]** F

4C $\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{\arctan(x-1)} = \sin(1)$ — **[V]** F

4D $\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$ — V **[F]**

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{3x^2}{x-2}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_8^{10} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 16y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(7t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0076**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow-\infty} F(x) = 4$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 1$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^4} + t^2\right) dt$

2A	F è pari	V	**F**
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	**F**
2C	l'equazione $F'(x) = 4$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	**F**

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	**F**
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	**V**	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{e^{x-1} - 1} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{3x^2}{x-1}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_8^{11} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 4y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(6t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0077**

Matricola

Cognome

Nome

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 4$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	**F**
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 2$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^2} + t^4\right) dt$

2A	F è dispari	**V**	F
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	**V**	F
2C	l'equazione $F'(x) = 4$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	**F**

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	**V**	F
4B	non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	**F**
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{\log x} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\dfrac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

5. Data la funzione
$$f(x) = \log\left(\frac{5x^2}{x-1}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale
$$\int_8^{10} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale
$$y'' + 16y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(3t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:
$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0078**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A se $\lim_{x\longrightarrow-\infty} F(x) = 3$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ — V F

1B $F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ — V F

1C se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$ — V F

1D se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 3$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$ — V F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^2} + t^8\right) dt$

2A F è dispari — V F

2B F non è derivabile in $\mathbb{R}$ — V F

2C l'equazione $F'(x) = 5$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$ — V F

2D la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$ — V F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$ — V F

3B $f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$ — V F

3C $f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$ — V F

3D $\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$ — V F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$ — V F

4B non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$ — V F

4C $\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{\log x} = \sin(1)$ — V F

4D $\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$ — V F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{4x^2}{x-1}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_6^{13} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 16y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(6t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0079**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 3$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ — V **F**

1B $F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ — V **F**

1C se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$ — V **F**

1D se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 3$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$ — **V** F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^4} + t^6\right) dt$

2A F è dispari — **V** F

2B F non è derivabile in $\mathbb{R}$ — V **F**

2C l'equazione $F'(x) = 3$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$ — V **F**

2D la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$ — **V** F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$ — V **F**

3B $f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$ — **V** F

3C $f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$ — **V** F

3D $\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$ — V **F**

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$ — V **F**

4B esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$ — **V** F

4C $\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{\arcsin(x - 1)} = \sin(1)$ — **V** F

4D $\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$ — **V** F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{4x^2}{x-3}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_7^{13} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 25y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(3t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0080**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow-\infty} F(x) = 5$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 2$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^6} + t^4\right) dt$

2A	F è dispari	**V**	F
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	**F**
2C	l'equazione $F'(x) = 4$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	**F**

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	**V**	F
4B	non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	**F**
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{\arctan(x - 1)} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{4x^2}{x-2}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_9^{10} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 9y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(6t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0081**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 4$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	**F**
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	**F**
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 2$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^8} + t^2\right) dt$

2A	F è dispari	**V**	F
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	**V**	F
2C	l'equazione $F'(x) = 3$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	**F**

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	**F**
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x-1)$

4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	**F**
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	**V**	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{\arcsin(x-1)} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\dfrac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{3x^2}{x-1}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_6^{13} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 9y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(5t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0082**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\to+\infty} F(x) = 4$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	**F**
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	**F**
1C	se $\lim_{x\to+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\to+\infty} F''(x) = 4$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^2} + t^8\right) dt$

2A	F è dispari	**V**	F
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	**V**	F
2C	l'equazione $F'(x) = 5$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	**F**

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	**F**
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\to0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	**F**
4B	non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	**F**
4C	$\lim_{x\to1} \dfrac{f(x)}{\arctan(x-1)} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\to0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{5x^2}{x-2}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_8^{10} f(x)\, dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 9y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(6t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0083**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow-\infty} F(x) = 2$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 3$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^6} + t^8\right) dt$

2A	F è dispari	**V**	F
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	**V**	F
2C	l'equazione $F'(x) = 4$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	**V**	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	**V**	F
4B	non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	**F**
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{\log x} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{4x^2}{x-4}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_6^{13} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 16y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(6t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0084**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A se $\lim_{x\longrightarrow-\infty} F(x) = 2$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ — **V** F

1B $F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ — **V** F

1C se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$ — V **F**

1D se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 2$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$ — **V** F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^6} + t^2\right) dt$

2A F è pari — V **F**

2B F non è derivabile in $\mathbb{R}$ — V **F**

2C l'equazione $F'(x) = 3$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$ — V **F**

2D la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$ — V **F**

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$ — V **F**

3B $f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$ — **V** F

3C $f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$ — **V** F

3D $\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$ — V **F**

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$ — V **F**

4B esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$ — **V** F

4C $\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{\log x} = \sin(1)$ — **V** F

4D $\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\dfrac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$ — V **F**

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{4x^2}{x-1}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_8^{13} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 25y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(5t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0085**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 5$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	**F**
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 1$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^8} + t^6\right) dt$

2A	F è pari	V	**F**
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	**F**
2C	l'equazione $F'(x) = 4$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	**V**	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	**F**
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	**V**	F
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	**V**	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{\arcsin(x - 1)} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{2x^2}{x-1}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_8^{10} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 9y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(7t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0086**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 5$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	**F**
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 4$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^4} + t^4\right) dt$

2A	F è dispari	**V**	F
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	**F**
2C	l'equazione $F'(x) = 2$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	**F**

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	**V**	F
4B	non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	**F**
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{e^{x-1} - 1} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{3x^2}{x-1}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_8^{12} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 9y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(7t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0087**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow-\infty} F(x) = 5$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 3$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^2} + t^2\right) dt$

2A	F è dispari	**V**	F
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	**V**	F
2C	l'equazione $F'(x) = 2$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	**V**	F
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	**F**

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	**F**
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	**V**	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{\log x} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{3x^2}{x-2}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_6^{11} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 16y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(3t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0088**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow-\infty} F(x) = 3$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	F
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	F
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 2$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	V	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^4} + t^6\right) dt$

2A	F è dispari	V	F
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	V	F
2C	l'equazione $F'(x) = 5$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	V	F
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$	V	F
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	V	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	F
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{\arctan(x - 1)} = \sin(1)$	V	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	V	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{4x^2}{x-2}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_9^{10} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 16y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(5t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0089**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow-\infty} F(x) = 3$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	**F**
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 2$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^4} + t^6\right) dt$

2A	F è dispari	**V**	F
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	**V**	F
2C	l'equazione $F'(x) = 4$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	**V**	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	**F**
4B	non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	**F**
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{\log x} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\dfrac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{5x^2}{x-2}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_8^{12} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 4y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(6t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola
Cognome
Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0090**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 4$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	F
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	F
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 1$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	V	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^6} + t^6\right) dt$

2A	F è dispari	V	F
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	F
2C	l'equazione $F'(x) = 5$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	V	F
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$	V	F
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	V	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	F
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{\arctan(x - 1)} = \sin(1)$	V	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$	V	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{5x^2}{x-4}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_6^{10} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 16y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(5t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0091**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow-\infty} F(x) = 2$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 2$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^8} + t^4\right) dt$

2A	F è pari	V	**F**
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	**F**
2C	l'equazione $F'(x) = 3$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	**F**

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	**V**	F
4B	non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	**F**
4C	$\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{\arcsin(x-1)} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\dfrac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{4x^2}{x-1}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_8^{10} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 4y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(6t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0092**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 4$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	F
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	F
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 2$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	V	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^6} + t^8\right) dt$

2A	F è pari	V	F
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	F
2C	l'equazione $F'(x) = 3$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$	V	F
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	F
3B	$f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$	V	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	F
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{\log x} = \sin(1)$	V	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\dfrac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	V	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{3x^2}{x-2}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_6^{10} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 4y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(7t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0093**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 2$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	F
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	F
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 4$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	V	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^6} + t^8\right) dt$

2A	F è dispari	V	F
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	V	F
2C	l'equazione $F'(x) = 4$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$	V	F
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$	V	F
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	V	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	F
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{e^{x-1} - 1} = \sin(1)$	V	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\dfrac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$	V	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{3x^2}{x-1}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_8^{10} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 25y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(6t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0094**

Matricola

Cognome

Nome

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow-\infty} F(x) = 5$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	**F**
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 2$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^4} + t^4\right) dt$

2A	F è pari	V	**F**
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	**F**
2C	l'equazione $F'(x) = 4$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	**F**

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	**V**	F
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	**V**	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{\arctan(x-1)} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{2x^2}{x-2}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_8^{12} f(x)\, dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 25y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(3t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0095**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow-\infty} F(x) = 4$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 4$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^6} + t^4\right) dt$

2A	F è dispari	**V**	F
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	**V**	F
2C	l'equazione $F'(x) = 4$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	**F**

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	**F**
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	**F**
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	**V**	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{\log x} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

5. Data la funzione
$$f(x) = \log\left(\frac{3x^2}{x-4}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale
$$\int_8^{10} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale
$$y'' + 4y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(5t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:
$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0096**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 5$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	F
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	F
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 1$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	V	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^8} + t^4\right) dt$

2A	F è pari	V	F
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	F
2C	l'equazione $F'(x) = 5$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	V	F
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$	V	F
3B	$f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$	V	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	F
4B	non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{\arcsin(x-1)} = \sin(1)$	V	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$	V	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{3x^2}{x-4}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_8^{12} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 16y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(6t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0097**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 4$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	F
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	F
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 1$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	V	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^4} + t^2\right) dt$

2A	F è dispari	V	F
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	V	F
2C	l'equazione $F'(x) = 3$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$	V	F
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$	V	F
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	V	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	F
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{e^{x-1} - 1} = \sin(1)$	V	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\dfrac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	V	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{2x^2}{x-4}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_6^{13} f(x)\, dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 4y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(7t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0098**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 3$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	F
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	F
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 2$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	V	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^6} + t^6\right) dt$

2A	F è dispari	V	F
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	F
2C	l'equazione $F'(x) = 3$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	V	F
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	V	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$	V	F
3B	$f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	V	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	F
4B	non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{\arcsin(x - 1)} = \sin(1)$	V	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$	V	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{5x^2}{x-4}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_9^{12} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 4y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(6t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0099**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 3$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	**F**
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 2$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^6} + t^4\right) dt$

2A	F è dispari	**V**	F
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	**F**
2C	l'equazione $F'(x) = 5$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	**F**

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	**F**
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	**V**	F
4B	non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	**F**
4C	$\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{e^{x-1} - 1} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{4x^2}{x-3}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_7^{13} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 25y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(5t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0100**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow-\infty} F(x) = 2$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	**F**
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 1$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^4} + t^8\right) dt$

2A	F è dispari	**V**	F
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	**V**	F
2C	l'equazione $F'(x) = 4$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	**F**

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x))$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	**F**
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	**V**	F
4B	non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	**F**
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{\log x} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

5. Data la funzione
$$f(x) = \log\left(\frac{4x^2}{x-1}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale
$$\int_7^{11} f(x)\, dx.$$

6. Data l'equazione differenziale
$$y'' + 16y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(7t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:
$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0101**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow-\infty} F(x) = 3$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	**F**
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 1$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^4} + t^6\right) dt$

2A	F è pari	V	**F**
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	**F**
2C	l'equazione $F'(x) = 3$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	**F**

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	**F**
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	**F**
4B	non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	**F**
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{e^{x-1} - 1} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{4x^2}{x-4}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_9^{10} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 9y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(6t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0102**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow-\infty} F(x) = 5$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	**F**
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 3$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^2} + t^6\right) dt$

2A	F è dispari	**V**	F
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	**F**
2C	l'equazione $F'(x) = 5$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	**V**	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	**F**
4B	non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	**F**
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{\arctan(x-1)} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{3x^2}{x-3}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_6^{12} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 9y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(5t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0103**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 4$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	F
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	F
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 1$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	V	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^2} + t^2\right) dt$

2A	F è pari	V	F
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	V	F
2C	l'equazione $F'(x) = 5$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$	V	F
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	F
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	V	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	F
4B	non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{\arctan(x-1)} = \sin(1)$	V	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	V	F

5. Data la funzione
$$f(x) = \log\left(\frac{5x^2}{x-2}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale
$$\int_8^{11} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale
$$y'' + 25y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(5t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:
$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola
Cognome
Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0104**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow-\infty} F(x) = 2$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	**F**
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 2$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^6} + t^2\right) dt$

2A	F è dispari	**V**	F
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	**V**	F
2C	l'equazione $F'(x) = 4$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	**V**	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	**F**
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	**F**
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	**V**	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{\arctan(x - 1)} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{2x^2}{x-2}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_8^{12} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 4y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(5t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0105**

Matricola

Cognome

Nome

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow-\infty} F(x) = 4$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	**F**
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 2$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^4} + t^4\right) dt$

2A	F è pari	V	**F**
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	**V**	F
2C	l'equazione $F'(x) = 5$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	**V**	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	**F**
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	**F**
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	**V**	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{\arcsin(x - 1)} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{2x^2}{x-3}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_7^{13} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 25y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(3t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0106**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 4$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	F
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	F
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 3$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	V	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^8} + t^6\right) dt$

2A	F è pari	V	F
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	V	F
2C	l'equazione $F'(x) = 3$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	V	F
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	V	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$	V	F
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$	V	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x-1)$

4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	F
4B	non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{\arctan(x-1)} = \sin(1)$	V	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$	V	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{2x^2}{x-2}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_9^{11} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 9y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(6t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0107**

Matricola

Cognome

Nome

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow -\infty} F(x) = 4$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow +\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow +\infty} F''(x) = 2$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^2} + t^6\right) dt$

2A	F è pari	V	**F**
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	**V**	F
2C	l'equazione $F'(x) = 4$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	**F**

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	**V**	F
4B	non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	**F**
4C	$\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{e^{x-1} - 1} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\dfrac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{5x^2}{x-3}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_6^{12} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 16y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(5t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0108**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\to+\infty} F(x) = 4$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	**F**
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	**F**
1C	se $\lim_{x\to+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\to+\infty} F''(x) = 1$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^4} + t^4\right) dt$

2A	F è pari	V	**F**
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	**F**
2C	l'equazione $F'(x) = 2$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	**V**	F
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	**F**

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) + x - \frac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	**F**
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\to 0} \frac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	**V**	F
4B	non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	**F**
4C	$\lim_{x\to 1} \frac{f(x)}{\arcsin(x-1)} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\to 0} \frac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{3x^2}{x-2}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_6^{10} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 4y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(6t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0109**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 2$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	**F**
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	**F**
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 2$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^8} + t^4\right) dt$

2A	F è pari	V	**F**
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	**V**	F
2C	l'equazione $F'(x) = 5$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	**F**

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	**V**	F
4B	non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	**F**
4C	$\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{\log x} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\dfrac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{2x^2}{x-3}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_6^{13} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 9y = f(t) \qquad\qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(7t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0110**

Matricola

Cognome

Nome

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A se $\lim_{x\longrightarrow-\infty} F(x) = 3$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ — **V** F

1B $F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ — V **F**

1C se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$ — V **F**

1D se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 1$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$ — **V** F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^8} + t^6\right) dt$

2A F è dispari — **V** F

2B F non è derivabile in $\mathbb{R}$ — V **F**

2C l'equazione $F'(x) = 3$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$ — V **F**

2D la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$ — **V** F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$ — V **F**

3B $f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$ — V **F**

3C $f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$ — **V** F

3D $\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$ — V **F**

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$ — V **F**

4B non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$ — V **F**

4C $\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{\log x} = \sin(1)$ — **V** F

4D $\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$ — **V** F

5. Data la funzione
$$f(x) = \log\left(\frac{3x^2}{x-1}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale
$$\int_9^{10} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale
$$y'' + 25y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(3t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:
$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0111**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 2$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	F
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	F
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 4$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	V	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^4} + t^6\right) dt$

2A	F è pari	V	F
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	V	F
2C	l'equazione $F'(x) = 5$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$	V	F
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	V	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	F
3B	$f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$	V	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	F
4B	non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{\arcsin(x - 1)} = \sin(1)$	V	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	V	F

5. Data la funzione
$$f(x) = \log\left(\frac{3x^2}{x-3}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale
$$\int_7^{12} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale
$$y'' + 4y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(3t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:
$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0112**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 3$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ — V **F**

1B $F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ — V **F**

1C se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$ — V **F**

1D se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 2$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$ — **V** F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^4} + t^8\right) dt$

2A F è pari — V **F**

2B F non è derivabile in $\mathbb{R}$ — V **F**

2C l'equazione $F'(x) = 3$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$ — V **F**

2D la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$ — **V** F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$ — V **F**

3B $f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$ — **V** F

3C $f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$ — **V** F

3D $\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$ — V **F**

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$ — V **F**

4B esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$ — **V** F

4C $\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{e^{x-1} - 1} = \sin(1)$ — **V** F

4D $\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$ — V **F**

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{5x^2}{x-2}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_8^{10} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 9y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(6t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0113**

Matricola

Cognome

Nome

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 2$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	**F**
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 4$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^8} + t^2\right) dt$

2A	F è pari	V	**F**
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	**F**
2C	l'equazione $F'(x) = 2$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	**V**	F
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	**V**	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	**F**
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	**F**
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	**V**	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{\log x} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{2x^2}{x-4}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_6^{12} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 9y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(6t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0114**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow-\infty} F(x) = 2$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	F
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	F
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 1$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	V	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^2} + t^4\right) dt$

2A	F è pari	V	F
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	F
2C	l'equazione $F'(x) = 2$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$	V	F
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$	V	F
3B	$f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	V	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	F
4B	non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{\arcsin(x-1)} = \sin(1)$	V	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$	V	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{3x^2}{x-1}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_6^{11} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 25y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(7t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0115**

Matricola

Cognome

Nome

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow-\infty} F(x) = 4$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	F
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	F
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 3$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	V	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^6} + t^4\right) dt$

2A	F è pari	V	F
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	F
2C	l'equazione $F'(x) = 3$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	V	F
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	V	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	F
3B	$f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	V	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$	V	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	F
4B	non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{\arctan(x - 1)} = \sin(1)$	V	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$	V	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{5x^2}{x-3}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_6^{12} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 25y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(3t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0116**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 3$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	**F**
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	**F**
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 2$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^8} + t^4\right) dt$

2A	F è dispari	**V**	F
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	**F**
2C	l'equazione $F'(x) = 2$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 2x$	**V**	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	**V**	F
4B	non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	**F**
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{\arctan(x-1)} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{5x^2}{x-4}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_7^{13} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 25y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(3t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0117**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 5$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ V F

1B $F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ V F

1C se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$ V F

1D se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 2$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$ V F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^2} + t^2\right) dt$

2A F è pari V F

2B F non è derivabile in $\mathbb{R}$ V F

2C l'equazione $F'(x) = 2$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$ V F

2D la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$ V F

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$ V F

3B $f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$ V F

3C $f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$ V F

3D $\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$ V F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$ V F

4B esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$ V F

4C $\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{\arcsin(x-1)} = \sin(1)$ V F

4D $\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$ V F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{5x^2}{x-1}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_9^{10} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 9y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(5t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0118**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 3$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	**F**
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 3$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^2} + t^8\right) dt$

2A	F è dispari	**V**	F
2B	F è derivabile in $\mathbb{R}$	**V**	F
2C	l'equazione $F'(x) = 5$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	**F**

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 + x - \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) + x - \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	V	**F**
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	**V**	F
4B	esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	**V**	F
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{\arcsin(x-1)} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\dfrac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{2x^2}{x-1}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_8^{13} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 25y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(3t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0119**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = 5$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	V	**F**
1B	$F'(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è concava in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 2$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^6} + t^4\right) dt$

2A	F è pari	V	**F**
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	**F**
2C	l'equazione $F'(x) = 3$ ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	**F**

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	non esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	V	**F**
4B	non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	**F**
4C	$\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{f(x)}{\log x} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow0} \dfrac{\dfrac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{2x^2}{x-4}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_8^{10} f(x)\, dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 16y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(5t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M. Marchi - A. Terracina)

Seconda prova in itinere – 18 gennaio 2019 – **0120**

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

1. Sia $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, derivabile due volte in $\mathbb{R}$.

1A	se $\lim_{x\longrightarrow-\infty} F(x) = 3$, allora $F(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$	**V**	F
1B	$F'(x) > 0$, per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	V	**F**
1C	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F(x) = +\infty$, allora F è convessa in $\mathbb{R}$	V	**F**
1D	se $\lim_{x\longrightarrow+\infty} F''(x) = 3$, allora esiste $a > 0$ tale che F è convessa in $[a, +\infty)$	**V**	F

2. Sia $F(x) = \int_0^x \left(2e^{t^6} + t^4\right) dt$

2A	F è dispari	**V**	F
2B	F non è derivabile in $\mathbb{R}$	V	**F**
2C	l'equazione $F'(x) = 3$ non ammette soluzioni in $\mathbb{R}$	V	**F**
2D	la retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x = 0$ ha equazione $y = 3x$	V	**F**

3. Sia $f(x) = x + \log(\cos x)$.

3A	il polinomio di Taylor di ordine 2 di f con centro in $x = 0$ è $1 - x + \frac{x^2}{2}$	V	**F**
3B	$f(x) - x + \dfrac{x^2}{2} = o(x^2)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3C	$f(x) - x + \frac{x^2}{2} = o(x^3)$ per $x \longrightarrow 0$	**V**	F
3D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - x}{x^2} = +\infty$	V	**F**

4. Sia $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(x - 1)$

4A	esiste $\xi \in [0, 1]$ tale che $f'(\xi) = 0$	**V**	F
4B	non esiste $\xi \in [1, 2]$ tale che $f'(\xi) = \sin(2) \cdot \sin(1)$	V	**F**
4C	$\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{f(x)}{\arctan(x-1)} = \sin(1)$	**V**	F
4D	$\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\frac{f(x)}{\sin(x-1)} + 1 - e^x}{x^2} \in \mathbb{R}$	**V**	F

5. Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{3x^2}{x-3}\right)$$

(1) determinare il dominio di f e studiarne il segno

(2) studiare i limiti di f negli estremi del dominio e la continuità

(3) studiare la monotonia e la convessità di f

(4) calcolare l'integrale

$$\int_6^{10} f(x)\,dx.$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + 16y = f(t) \qquad (\star)$$

(1) trovare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata a $(\star)$

(2) nel caso $f(t) = 1$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$ tali che $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

(3) nel caso $f(t) = \sin(3t)$, trovare tutte le soluzioni di $(\star)$

(4) stabilire per quali $\lambda \geq 0$ il seguente problema ammette soluzioni non banali nell'intervallo $[0, 2\pi]$:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome